第 10 講　ベクトルの成分表示，ベクトルの内積

PART1　ベクトルの成分と大きさ

例題

$\vec{a}=(2,\ 1)$，$\vec{b}=(-3,\ 6)$ のとき，次のベクトルを成分で表し，その大きさを求めよ。

(1)　$3\vec{a}-2\vec{b}$　　(2)　$\vec{a}+t\vec{b}$

Point Pickup

練習

$\vec{a}=(1,\ 3)$，$\vec{b}=(7,\ 1)$ のとき，次のベクトルを成分で表し，その大きさを求めよ。

(1)　$-\dfrac{3}{2}\vec{a}+\dfrac{1}{2}\vec{b}$　　(2)　$\vec{a}+t\vec{b}$

第10講　PART1 確認問題

1　$\vec{a}=(1,\ 3)$，$\vec{b}=(-9,\ 3)$ のとき，

ベクトル $2\vec{a}-\dfrac{2}{3}\vec{b}$ の成分および大きさを求めよ。

成分　$(\boxed{ア},\ \boxed{イ})$

大きさ　$\boxed{ウ}\sqrt{\boxed{エ}}$

2　$\vec{a}=(1,\ 3)$，$\vec{b}=(-2,\ 4)$ のとき，

ベクトル $\vec{a}+t\vec{b}$ の成分および大きさを求めよ。

成分　$(-\boxed{オ}t+\boxed{カ},\ \boxed{キ}t+\boxed{ク})$

大きさ　$\sqrt{\boxed{ケコ}t^2+\boxed{サシ}t+\boxed{スセ}}$

第 10 講　ベクトルの成分表示，ベクトルの内積

PART1　ベクトルの成分と大きさ

例題

$\vec{a}=(2,\ 1)$，$\vec{b}=(-3,\ 6)$ のとき，次のベクトルを成分で表し，その大きさを求めよ。

(1)　$3\vec{a}-2\vec{b}$　　　　(2)　$\vec{a}+t\vec{b}$

(1)　$3\vec{a}-2\vec{b}=3(2,\ 1)-2(-3,\ 6)=(6,\ 3)+(6,\ -12)=(12,\ -9)$

$|3\vec{a}-2\vec{b}|=\sqrt{12^2+(-9)^2}=\sqrt{144+81}=\sqrt{225}=15$

(別解)

$3\vec{a}-2\vec{b}=(12,\ -9)=3(4,\ -3)$　より　$|3\vec{a}-2\vec{b}|=3\sqrt{4^2+(-3)^2}=3\times5=15$

(2)　$\vec{a}+t\vec{b}=(2,\ 1)+t(-3,\ 6)=(-3t+2,\ 6t+1)$

$|\vec{a}+t\vec{b}|=\sqrt{(-3t+2)^2+(6t+1)^2}=\sqrt{45t^2+5}$

練習

$\vec{a}=(1,\ 3)$，$\vec{b}=(7,\ 1)$ のとき，次のベクトルを成分で表し，その大きさを求めよ。

(1)　$-\dfrac{3}{2}\vec{a}+\dfrac{1}{2}\vec{b}$　　(2)　$\vec{a}+t\vec{b}$

(1)　$-\dfrac{3}{2}\vec{a}+\dfrac{1}{2}\vec{b}=-\dfrac{3}{2}(1,\ 3)+\dfrac{1}{2}(7,\ 1)=\left(-\dfrac{3}{2},\ -\dfrac{9}{2}\right)+\left(\dfrac{7}{2},\ \dfrac{1}{2}\right)=(2,\ -4)$

$\left|-\dfrac{3}{2}\vec{a}+\dfrac{1}{2}\vec{b}\right|=\sqrt{2^2+(-4)^2}=2\sqrt{5}$

（別解）

$-\dfrac{3}{2}\vec{a}+\dfrac{1}{2}\vec{b}=(2,\ -4)=2(1,\ -2)$　より　$\left|-\dfrac{3}{2}\vec{a}+\dfrac{1}{2}\vec{b}\right|=2\sqrt{1^2+(-2)^2}=2\sqrt{5}$

(2)　$\vec{a}+t\vec{b}=(1,\ 3)+t(7,\ 1)=(7t+1,\ t+3)$

$|\vec{a}+t\vec{b}|=\sqrt{(7t+1)^2+(t+3)^2}=\sqrt{50t^2+20t+10}$

第10講　PART1 確認問題 解答

1 **[正解]** ア：8，イ：4，ウ：4，エ：5

[解説]

$$2\vec{a}-\frac{2}{3}\vec{b}=2(1,\ 3)-\frac{2}{3}(-9,\ 3)$$ [A]

$$=(8,\ 4)$$

$$\left|2\vec{a}-\frac{2}{3}\vec{b}\right|=\sqrt{8^2+4^2}$$ [B]

$$=4\sqrt{5}$$

（別解）

$$2\vec{a}-\frac{2}{3}\vec{b}=(8,\ 4)=4(2,\ 1)$$

これより

$$\left|2a-\frac{2}{3}\vec{b}\right|=4\sqrt{2^2+1^2}=4\sqrt{5}$$

[A]　$\vec{a}=(a_1,\ a_2)$，$\vec{b}=(b_1,\ b_2)$ のとき，
$\vec{a}-\vec{b}=(a_1-b_1,\ a_2-b_2)$
$k\vec{a}=(ka_1,\ ka_2)$ （k は実数）

[B]　$\vec{a}=(a_1,\ a_2)$ において，
$|\vec{a}|=\sqrt{a_1^2+a_2^2}$

2 **[正解]** オ：2，カ：1，キ：4，ク：3，ケコ：20，
サシ：20，スセ：10

[解説]

$$\vec{a}+t\vec{b}=(1,\ 3)+t(-2,\ 4)$$ [C]

$$=(1-2t,\ 3+4t)$$

$$=(-2t+1,\ 4t+3)$$

$$|\vec{a}+t\vec{b}|=\sqrt{(-2t+1)^2+(4t+3)^2}$$ [D]

$$=\sqrt{20t^2+20t+10}$$

[C]　$\vec{a}=(a_1,\ a_2)$，$\vec{b}=(b_1,\ b_2)$ のとき
$\vec{a}+\vec{b}=(a_1+b_1,\ a_2+b_2)$
$\vec{a}-\vec{b}=(a_1-b_1,\ a_2-b_2)$
$k\vec{a}=(ka_1,\ ka_2)$ （k は実数）

[D]　$\vec{a}=(a_1,\ a_2)$ において，
$|\vec{a}|=\sqrt{a_1^2+a_2^2}$